**Matematyka. Solidnie od podstaw**

**Wymagania na poszczególne oceny**

**KLASA 2**

**ZAKRES PODSTAWOWY + ZAKRES ROZSZERZONY**

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania.

***Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)***

***Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)***

***Wymagania na ocenę dobrą*** *zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą (R)*

***Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)***

***Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na oceną bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)***

**Uczeń powinien otrzymać ocenę:**

**dopuszczającą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych,

**dostateczną**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

**dobrą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających

**bardzo dobrą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

**celującą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

**Uwaga:**

* Kolorem  żółtym oznaczono w tabelach tematy, w których - zgodnie z rozporządzeniem
z dnia 28 czerwca 2024 r. - część zagadnień przestała obowiązywać.
* Kolorem  szarym oznaczono w tabelach tematy, które - zgodnie z rozporządzeniem
z dnia 28 czerwca 2024 r. - przestały obowiązywać.
* Treści zapisane na różowym tle są powtórzeniem z planu wynikowego klasy 1, zakres rozszerzony.
1. **PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Wektor w układzie współrzędnych – podstawowe informacje |
| **2** | Przesunięcie równoległe. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX |
| **3** | Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY |
| **4** | Symetria osiowa. Symetria osiowa względem osi OX i OY |
| **5** | Symetria środkowa. Symetria środkowa względem punktu (0,0) |
| **6** | Wykres funkcji y= |f(x)| oraz y = f(|x|) |
| **7** | Wykres funkcji y= k$ ∙$ f(x) oraz y = f(k $∙$x), gdzie k ≠ 0 |
| **8** | Szkicowanie wykresów wybranych funkcji |
| **9** | Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania równań i nierówności |

**Uczeń:**

|  |
| --- |
| **PODSTAWOWE** |
| **K**  | **P** |
| zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy; | potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora |
| potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora | potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań |
| potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej) | potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor |
| zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych  | potrafi narysować wykres funkcji y = f(x) + q, y = f(x – p), y = f(x – p) + q, y = –f(x), y = f(–x) oraz y = –f(–x) w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji y = f(x) |
| potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie) | umie podać własności funkcji: y = f(x) + q, y = f(x – p), y = f(x – p) + q, y = –f(x), y = f(–x), y = –f(–x) w oparciu o dane własności funkcji y = f(x) |
| potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii osiowej względem osi OX oraz osi OY | potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji f przez symetrię osiową względem osi OX, symetrię osiową względem osi OY, symetrię środkową względem początku układu współrzędnych, przesunięcie równoległe o dany wektor. |
| potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii środkowej względem punktu (0,0) |   |
| potrafi narysować wykres funkcji y = f(x) + q, y = f(x – p), y = f(x – p) + q, y = –f(x), y = f(–x) oraz y = –f(–x) w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji y = f(x) |   |

| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| --- |
| **R** | **D** |
| potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności | wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne; |
| potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności | potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę; |
| potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności | zna prawa dotyczące działań na wektorach; |
|  | potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; |
|  | potrafi naszkicować wykres funkcji, którego sporządzenie wymaga kilku poznanych przekształceń |
|  | potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności |
|  | potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o podwyższonym stopniu trudności |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji |

1. **RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI Z WARTOŚCIĄ BEZWZGLĘDNĄ I PARAMETREM.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej |
| **2** | Odległość między liczbami na osi liczbowej |
| **3** | Geometryczna interpretacja wartości bezwzględnej na osi liczbowej |
| **4** | Proste równania z wartością bezwzględną |
| **5** | Proste nierówności z wartością bezwzględną |
| **6** | Własności wartości bezwzględnej |
| **7** | Równania z wartością bezwzględną |
| **8** |  Nierówności z wartością bezwzględną |
| **9** | Równanie liniowe z parametrem |
| **10** | Nierówność liniowa z parametrem |
| **11** | Równanie liniowe z wartością bezwzględną i z parametrem |
| **12** | Układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z parametrem |

**Uczeń:**

|  |
| --- |
| **PODSTAWOWE** |
| **K**  | **P** |
| zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną | potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: | x – a | = b, | x – a | < b, | x – a | > b |
| potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby | potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału |
| umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami | potrafi na podstawie zbioru rozwiązań nierówności z wartością bezwzględną zapisać tę nierówność |
| rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu | x – a | = b | wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość |
| zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej |  |

| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| --- |
| **R** | **D** |
| rozwiązuje równania oraz nierówności z wartością bezwzględną metodą graficzną  | potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem  |
|  | rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania oraz nierówności z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności; |

1. **FUNKCJA KWADRATOWA.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej |
| **2** | Miejsce zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej |
| **3** | Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu |
| **4** | Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności. |
| **5** | Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym |
| **6** | Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne |
| **7** | Równania kwadratowe |
| **8** | Równania prowadzące do równań kwadratowych |
| **9** | Nierówności kwadratowe |
| **10** | Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych |
| **11** | Równania i nierówności, w których niewiadoma występuje pod znakiem pierwiastka kwadratowego |
| **12** | Wykres funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną |
| **13** | Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną |
| **14** | Wzory Viete’a |
| **15** | Równania i nierówności kwadratowe z parametrem |
| **16** | Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną i parametrem |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem y = ax2, gdzie a≠0, oraz omówić jej własności na podstawie wykresu; | potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych; |
| zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej; | potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne); |
| potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych; | potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej; |
| potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej; | potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej; |
| potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne; |   |
| zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej y = a(x – x1)(x – x2), gdzie a≠0 | potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej; |
|  zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją) | rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli Δ ≤ 0 |
| odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej | potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach; |
| potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych; | potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne); |
| potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.) | potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie; |
| interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje) | potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;  |
| potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru; |  |
| potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;  |  |
| potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą; |  |
| potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; |  |
| rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli Δ > 0 |  |

|  |
| --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R** | **D** |
| potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej; | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej. |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową; |   |
| potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej; |
| potrafi rozwiązywać równania prowadzące do równań kwadratowych | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej; |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów |

1. **GEOMETRIA PŁASKA – OKRĘGI I KOŁA.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Okrąg. Położenie prostej i okręgu |
| **2** | Wzajemne położenie dwóch okręgów |
| **3** | Koła i kąty |
| **4** | Twierdzenie o stycznej i siecznej |
| **5** | Wybrane konstrukcje geometryczne |
| **6** | Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie |
| **7** | Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi; | zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach; |
| zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur; | zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych; |
| zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur; | zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; |
| zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów; | zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty; |
| zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę; | umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny; |
| zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań; | umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum; |
| umie określić położenie prostych na płaszczyźnie; | zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej; | zna pojęcie środka ciężkości trójkąta; |
| zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań, | zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie; |
| umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka; | zna trzy cechy przystawania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;  | zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań; |
| potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające; | umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych. |
| potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie; |   |
| zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu; | potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej; | zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań |
| zna definicję stycznej do okręgu; | potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań; |
| zna twierdzenie o stycznej do okręgu; | potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach; |
| zna twierdzenie o odcinkach stycznych; | rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie |
| umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów; | rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny |
| posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła; |   |
| zna twierdzenie o stycznej i siecznej; |   |
| zna twierdzenie o cięciwach; |   |
| zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt; |   |
| potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt; |   |

| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| --- |
| **R** | **D** |
| zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej; | potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów; |
| zna definicję wielokąta; | potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka; |
| zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta; | potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta; |
| wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym; | potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków; |
| potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego; | potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności; |
| potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała; | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń; |
| zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań; | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych; |
| potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie; | potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej ( tw. Pitagorasa, tw. Talesa, |
| zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną; |  |
| potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu;  | potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń; |
| potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu; | potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów; |
| wie, co to jest kąt dopisany do okręgu; | potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności; |
|  zna twierdzenie o kątach wpisanym i dopisanym do okręgu, opartych na tym samym łuku; | potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych;  |
| potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń; | przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie; |
| potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów; |   |
| potrafi przeprowadzać konstrukcje geometryczne |   |
| stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach  |   |
| rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt; |   |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń; |
| zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych; |
| umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia. |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń; |
| potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie; |
| potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną. |
| potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów; |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii; |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń; |
| umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło; |
| umie udowodnić twierdzenie o kącie dopisanym do okręgu; |
| umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia. |

1. **TRYGONOMETRIA.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta |
| **2** | Podstawowe tożsamości trygonometryczne |
| **3** | Wybrane wzory redukcyjne |
| **4** | Kąt skierowany. Miara łukowa kąta |
| **5** | Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej |
| **6** | Wykresy funkcji trygonometrycznych |

**Uczeń:**

|  |
| --- |
| **PODSTAWOWE** |
| **K**  | **P** |
| zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; | potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30°, 45°, 60°; |
| potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków; | zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego; |
| potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); | potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich; |
| potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne; |   |
| zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30, 45, 60; |   |
| zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; | potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: $90^{0}\pm α;180^{0}\pm α$ w obliczaniu wartości wyrażeń; |
| potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta | umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze *a*, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta; |
| zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; | potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań; |
| Zna wzory redukcyjne kątów: $90^{0}\pm α;180^{0}\pm α$ ; | potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;  |
|  | potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne; |

| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| --- |
| **R** | **D** |
| potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych; | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego; |
| potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych; | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego; |
| potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego; |   |
| potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone) | potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych; |
| potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne: | potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne; |
| potrafi stosować wybrane wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności; |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod. |
| potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii. |

1. **GEOMETRIA ANALITYCZNA.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Odcinek w układzie współrzędnych |
| **2** | Równanie kierunkowe prostej |
| **3** | Równanie ogólne prostej |
| **4** | Równanie okręgu |
| **5** | Wyznaczanie w układzie współrzędnych punktów wspólnych prostych, okręgów i parabol |
| **6** | Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;  | potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji; |
| potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;  | potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY; |
| rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej; | potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne); |
| zna pojęcie i wzór funkcji liniowej; | potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;  |
| potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b); | potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych; |
| potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem; | potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć); |
| potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne); |   |
| potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej; |   |
| potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji; |   |
| zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);  |   |
| potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; |   |
| potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie; |   |
| zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów; |   |
| potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców | potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym; |
| zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX); | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej; |
| zna definicję równania ogólnego prostej; | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych); |
| potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty; | potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt; |
| zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi; | potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej; |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej; | potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu; |
| potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej; | potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń); |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu; | potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu; |   |
| umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej; |   |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;  |   |

|  |
| --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R** | **D** |
| potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.; | potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;  |
| potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt punkt należący do jej wykresu; | sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe |
|   | rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej; |
|   | zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych); |
|   | wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne; |
|   | potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę; |
|   | zna prawa dotyczące działań na wektorach; |
|   | potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; |
| potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych; |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; | potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności; |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych paraboli i okręgu; | potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których koniczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki; |
| potrafi rozwiązywać algebraicznie oraz podać jego interpretację graficzną układ równań; |   |
| potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności; |   |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności; |
| potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności  |
| potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań; |

1. **GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Twierdzenie sinusów |
| **2** | Twierdzenie cosinusów |
| **3** | Zastosowanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów do rozwiązywania zadań |
| **4** | Pole figury geometrycznej |
| **5** | Pole trójkąta, cz.1 |
| **6** | Pole trójkąta, cz.2 |
| **7** | Pola trójkątów podobnych |
| **8** | Pole koła, pole wycinka koła |
| **9** | Zastosowanie pojęcia pola w dowodzeniu twierdzeń |

**Uczeń:**

|  |
| --- |
| **PODSTAWOWE** |
| **K**  | **P** |
| zna twierdzenie sinusów; | potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów; |
| zna twierdzenie cosinusów; | potrafi stosować twierdzenie cosinuów w rozwiązywaniu trójkątów; |
| rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta; | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia; |
| zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta; | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; |
| potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole; | potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych;  | umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;  |  |
| wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań |   |

|  |
| --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R** | **D** |
| potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych; | potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów; |
| potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych; | rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)  |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów; | potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola. |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych; |   |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania. |
| potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów; |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń |

1. **WIELOMIANY**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Wielomiany jednej zmiennej rzeczywistej |
| **2** | Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów |
| **3**  | Równość wielomianów |
| **4** | Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Wzór an - bn |
| **5** | Podzielność wielomianów |
| **6** | Dzielenie wielomianów przez dwumian liniowy. Schemat Hornera |
| **7** | Dzielenie wielomianów przez wielomiany stopnia większego od 1 |
| **8** | Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta |
| **9** | Pierwiastki wymierne wielomianu |
| **10** | Pierwiastek wielokrotny |
| **11** | Rozkład wielomianu na czynniki |
| **12** | Równania wielomianowe |
| **13** | Zadania prowadzące do równań wielomianowych |
| **14** | Równania wielomianowe z parametrem |
| **15** | Funkcje wielomianowe |
| **16** | Nierówności wielomianowe |

**Uczeń:**

|  |
| --- |
| **PODSTAWOWE** |
| **K**  | **P** |
| zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej; | potrafi sprawdzić czy wielomiany są równe; |
| potrafi wskazać jednomiany podobne; | potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;  |
| potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;  | sprawnie przekształca wyrażenia zawierające wzory skróconego mnożenia stopnia 3; |
| potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco); | potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia na sumę (różnicę sześcianów) |
| potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej; | potrafi zastosować wzór an - bn |
| potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia | potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera; |
| potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu; | potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu; |
| potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej; | potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań; |
| potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów; | potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań; |
| rozumie pojęcie wielomianów równych i potrafi podać przykłady takich wielomianów; | potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian;  |
| potrafi rozpoznać wielomiany równe; | potrafi rozłożyć wielomian na czynniki gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta;  |
| zna następujące wzory skróconego mnożenia: |  potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia lub metody grupowania wyrazów; |
| (*a* + *b*)3= *a*3 + 3*a*2*b* + 3*ab*2 + *b*3 | potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji wielomianowej) w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej; |
| a3– *b*3= (*a* – *b*)(*a*2+ *ab* + *b*2) |  |
| a3+ *b*3= (*a* + *b*)(*a*2– *ab* + *b*2); |   |
| zna wzór an - bn |   |
| potrafi podzielić wielomian przez dwumian  |   |
| potrafi podzielić wielomian przez dowolny wielomian;  |  |
| potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu; |  |
| zna twierdzenie Bezouta; |   |
| zna twierdzenie o reszcie; |   |
| potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów;  |   |

| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| --- |
| **R** | **D** |
| potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego wielomiany są równe; | potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych; |
| potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach; |  |
| rozkłada wyrażenia na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia na sześciany; |  |
| stosuje wzory skróconego mnożenia na sześciany do rozwiązywania różnych zadań; |  |
| przeprowadza dowody algebraiczne z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia stopnia wyższego niż 2; |  |
| potrafi wykorzystać podzielność wielomianów w rozwiązywaniu zadań; |  |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych; |  |
| potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując „metodę prób”); |  |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe; |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów |